



TITLE:

基本変形による行列簡約化の学習  
支援システムとその授業内での試  
用 (数学ソフトウェアとその効果的  
教育利用に関する研究)

AUTHOR(S):

樋口, 三郎

---

CITATION:

樋口, 三郎. 基本変形による行列簡約化の学習支援システムとその授業  
内での試用 (数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究). 数  
理解析研究所講究録 2019, 2142: 169-173

ISSUE DATE:

2019-12

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/254962>

RIGHT:

# 基本変形による行列簡約化の学習支援システムと その授業内での試用

龍谷大学・理工学部 樋口 三郎

Saburo Higuchi, Faculty of Science and Technology, Ryukoku University

## 1 はじめに

大学初年次での線形代数の学習では、次元の小さい実数値成分の行列に対して、行列簡約化アルゴリズムを実際に適用できること、が学習目標になっていることが多く、演習問題、試験問題としても採用されることが多い。そして、演習や試験は、紙上に、行列の「変形過程」を基本変形の繰り返しとして記述する形式で行われることが多い。

この学習、評価方法には改善の余地がある。

第一に、まず行列簡約化アルゴリズムの学習では、有理数の加減乗除は前提事項となっているが、演習や試験の際には、計算に時間を要し、また一定の頻度で誤った計算が発生する。学習者としては、主要な学習事項と別の点に時間や注意を費やすことになる。教授者が評価する際には、有理数の加減乗除を誤った答案からは、行列簡約化アルゴリズムに対する理解の程度を推定するのが難しい。学習者が行列の行基本変形の順序だけを指定し、有理数の加減乗除が自動的に行われるなら、この問題は解消するだろう。

第二に、学習者の試行、理解、答案作成の思考の過程を答案から読み取ることができない。答案に最終的に記されるのは、簡約化の「変形過程」であり、思考の過程ではない。思考の過程、すなわち、学習者がどのステップで何秒停止したか、どのような「変形過程」をいったん書いて消したのか、などの情報が記録されるなら、思考の過程を再現して、どのような誤解に陥りがちであるかなどを推定して教授方法を改善することができるだろう。

著者らは、これらの点を改善するため、学習者がモバイルデバイス上の操作で基本変形の列を構成し、その履歴を記録する学習支援システムを開発している [2]。これまでも実験室で被験者に対して評価実験は行ってきたが [1]、今回、筆者が担当教員である授業内で使用したのでその結果を報告する。

## 2 システムの機能と実装

### 2.1 機能

本システムは Web アプリケーションであり、学習者ユーザは PC またはスマートフォンのブラウザで使用する。教授者ユーザは、行列の成分をクエリパラメタと



(a) 問題

(b) 変形

(c) 変形過程の確認

図 1: システムの Web ページ

して持つシステムの URL を作成し、リンクを含めた Web ページ (図 1(a)) や QR コードで問題を提示する。また、紙や黒板で問題を提示し、学習者に、成分入力ページで問題の行列を自ら入力することを求めることもできる。

学習者は、行列変形ページ (図 1(b)) で行列の行をスワイプ、メニューから係数を指定することにより、行基本変形を繰り返し行う。その際、成分は自動的に計算される。学習者の行える操作は、変形の開始、3 種の基本変形 I,II,III, undo, reset(最初からやり直す), 「完了を宣言する」である。「完了を宣言する」ボタンでは、現時点が変形の終了時点であると教授者に通知し、行列が対角や行簡約形であるかどうかの自動的フィードバックを受けることができる。

学習者の操作は、組 (ユーザ ID, セッション ID, 時刻, 基本変形 (種類, 作用する行と係数) 現在の局面の行列) としてデータベースに記録される。教授者は、この記録を時系列の表示で閲覧することができる (図 1(c))。さらに、データベースから履歴をエクスポートするば、システム外部で統計的な分析を行うことができる。

2.2 実装

システムは PHP, JavaScript で書かれており、スマートフォンのタッチ UI には jQuery をタッチ対応にする touch-punch ライブラリ、数式表示には MathJAX ライブラリを使用している (図 2)。学習者の操作は AJAX 通信でサーバに送られ、MariaDB データベースに記録される。

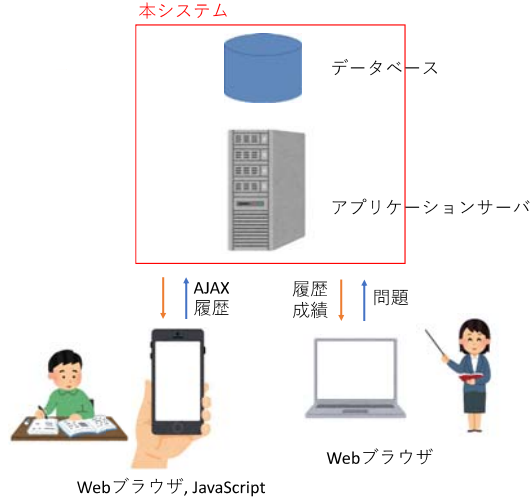


図 2: システムの構成

### 3 授業での試用と評価

#### 3.1 利用形態

2019 年前期に、日本国内の工学系学科 (非数学系)1 年次の、著者が教授者である授業「線形代数」で本システムを試用した。この授業は必修で、131 名の履修登録があった。週 1 回 1 講時、半期 15 回で 2 単位の授業である。

次の回の講義室での授業中に、提示した問題をスマートフォンの操作で一斉に解く、授業外の学習で演習問題に行列を入力して計算する、という利用を行った。

- 第 8 回 簡約行列への変形 (これ以降、自由に行列を入力できる状態として開放)
- 第 9 回 簡約行列への変形で逆行列を求める
- 第 11 回 階段行列への変形で行列式の値を求める

なお、紙の小テスト、期末試験中には本システムは使用できないことをあらかじめ予告した。

#### 3.2 教授者による観察結果

多くの学生が授業内で指示通りにシステムを使用し、授業時間外の紙の問題でも自ら成分を入力して本システムを利用する学生が観察されるなど、本システムは肯定的に受け止められたと、教授者である著者は認識している。

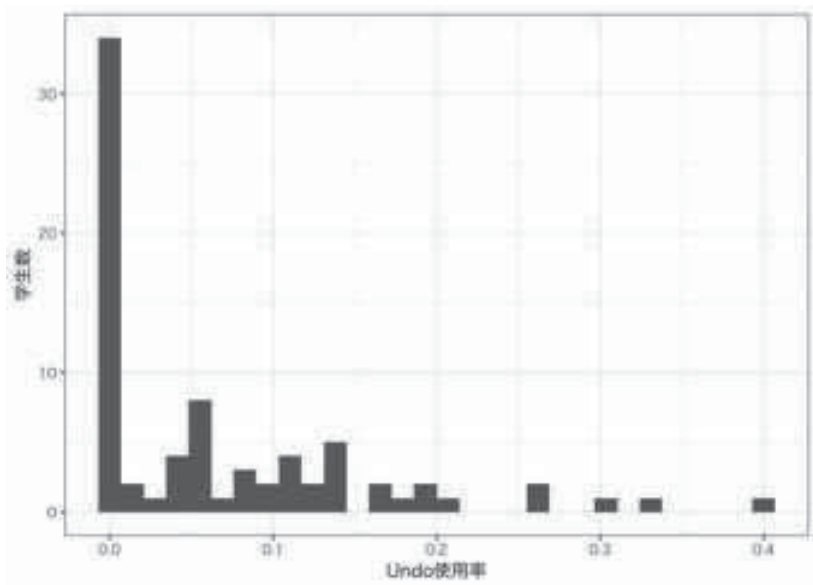


図 3: Undo 回数の分布

一方, このシステム上で有理数の計算が容易であっても分数の出現を避けようとする学習者, 有理数の計算が容易であるためかアルゴリズムに拘わらずとりあえずどこかの成分を0にしようとする学習者, がいることがわかった. これは, 紙とシステムで, 行う基本変形の傾向が異なることを示唆する.

3.3 操作履歴の分析

学習者が「変形過程」を構成する思考の過程が記録されていることを実証するため, 11 回目の授業での使用の履歴から, 操作のうち undo が占める比率を求めたところ図 3 のようになった. これには, 学習者のこの時点での操作の不確かさの情報が含まれている. さらに, 個々の undo 操作について, 前後の操作の履歴も確認することができた. これをさらに分析すれば, 個々の undo の意図を知ることができると考えられる. これは, 紙に解答を記録する方式では得られない情報である.

3.4 学習者の主観評価

学期終了時, LMS 上でアプリに対するアンケートを行ったところ, サンプルサイズは小さいものの, 操作性, 有用性について肯定的な結果を得た (表 1).

表 1: アンケートの結果 ( $N = 13$ )

(a) 設問「行基本変形アプリは使いやすかったですか」への回答

選択肢	使いやすい	まあ使いやす い	やや使いに くい	使いにくい
回答数	5	6	1	0

(b) 設問「行基本変形アプリは、簡約行列への変形、行列式の計算の理解に役立ちましたか」への回答

選択肢	役立った	まあ役立っ た	あまり役立 たなかった	役立たなか った
回答数	8	4	1	0

4 まとめと展望

基本変形による行列簡約化の学習支援システムを、初めて実際の授業内で使用した。学習者のアンケートへの回答と、教授者の観察では、システムは有用だったと推測される。

今後は、小行列式展開や列基本変形を含む行列式の計算問題への拡張、各学習者の頻度の高い誤りの教授者への指摘、誤った基本変形を選択したときの学習者への指摘や望ましい変形の学習者への提示などの足場かけの機能などを開発する予定である。

参考文献

[1] 田中円, 樋口三郎: 線形代数における計算アルゴリズム学習支援システムの開発と評価, 教育システム情報学会研究会研究報告, Vol.32, No.4, pp.47-52, 2017.

[2] 田中円, 樋口三郎: モバイルデバイスに対応した線形代数における行列変形アルゴリズム学習システムの開発, 教育システム情報学会第 43 回全国大会論文集, pp.153-154, 2018.